Grundwissen 7: Lösungen Geometrie

Bereich 4: Winkelbetrachtungen und besondere Dreiecke/Vierecke

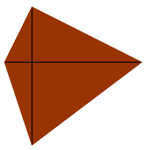
Achsen- und punktsymmetrische Figuren: Lösungen

4.4 – S1

Begründe oder widerlege:

1. Ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel ist ein Rechteck.
   Gegenüberliegende Winkel im Parallelogramm sind gleich groß. Somit besitzen zwei gegenüberliegende Winkel 90^0. Die beiden anderen (sich gegenüberliegenden) Winkel müssen zusammen $360^0 - 2 \cdot 90^0 = 180^0$ betragen. Also besitzen sie je eine Größe von 90^0. Somit ist das Parallelogramm ein Rechteck!

2. Ein Viereck mit zueinander senkrechten Diagonalen ist eine Raute.
   Gegenbeispiel:

3. Jedes Quadrat ist eine Raute!
   Ein Quadrat hat 4 gleich lange Seiten, also ist es eine Raute!

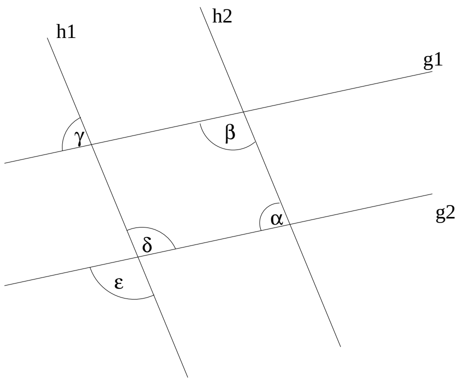
Winkelbetrachtungen an Figuren: Lösungen

4.1 – S1

Es gilt $h_1 \parallel h_2$ und $g_1 \parallel g_2$.

1. Berechne die bezeichneten Winkel für $\epsilon = 100^0$.

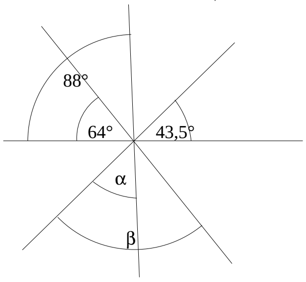
2. Welche besonderen Vierecke können von den vier Geraden eingeschlossen werden.



$\delta = \epsilon = 100^0$ (Scheitelwinkel)
$\delta = \beta = 100^0$ (Gegenüberliegende Winkel im Parallelogramm sind gleich groß!)
$\alpha = 180^0 - \beta = 80^0$ (α ist Nebenwinkel zu einem Stufenwinkel zu β)
$\gamma = 180^0 - \epsilon = 80^0$ (γ ist Nebenwinkel zu einem Stufenwinkel zu ϵ)

4.2 – S1

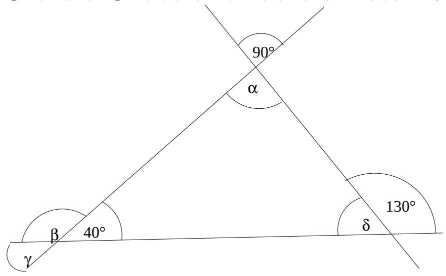
Berechne α und β.

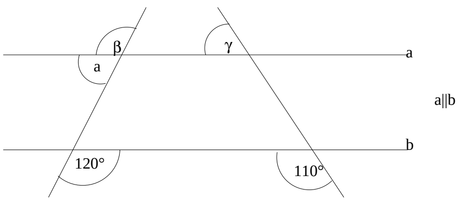


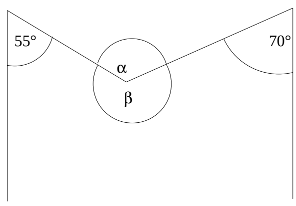
$\alpha = 180^0 - (88^0 + 43,5^0)$
$\beta = \alpha + (88^0 - 64^0)$

4.3 – S1

Gib die Größe aller bezeichneten Winkel an.







Figur 1:
$\alpha = 90^0; \gamma = 40^0$ (jeweils Scheitelwinkel)
$\beta = 180^0 - 40^0 = 140^0; \delta = 180^0 - 130^0 = 50^0$ jeweils Nebenwinkel

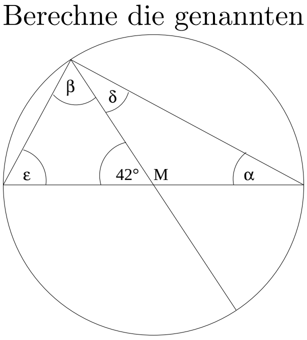
Figur 2:
$\beta = 120^0$ (Wechselwinkel)
$\alpha = 180^0 - \beta = 60^0$ (Nebenwinkel)
$\gamma = 180^0 - 110^0 = 70^0$

Figur 3: Die beiden Geraden links und rechts sind parallel. Wir zeichnen eine weitere Parallele durch den Scheitel des Winkels α. Jetzt erkennt man, dass $\alpha = 70^0 + 55^0 = 125^0$ und $\beta = 360^0 - 125^0 = 235$!

Besondere Dreiecke und der Thaleskreis: Lösungen

4.5 – S1

Berechne die genannten Winkel. Hinweis: Gleichschenklige Dreiecke



Wir bezeichnen die Ecken des Dreiecks mit A, B und C.
$\epsilon = \beta$ (Das Dreieck $\triangle AMC$ ist gleichschenklig)
Somit ist $\epsilon = \beta = (180^0 - 42^0) : 2 = 69^0$.
$\delta + \beta = 90^0$ (Thaleskreis). Somit ist $\delta = 21^0$.
$\alpha = \delta = 21^0$ (Das Dreieck $\triangle MBC$ ist gleichschenklig)

4.8 – S2

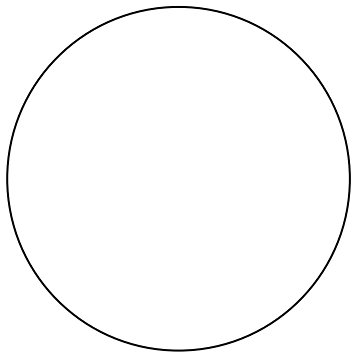
Begründe: Jedes Rechteck besitzt einen Umkreis.
Das Rechteck $\square ABCD$ besitzt vier rechte Winkel. Also liegen die Ecken B und D auf dem Thaleskreis über $[AC]$.
Der Thaleskreis ist also Umkreis des Rechtecks!

Bereich 5: Konstruktionen: Lösungen

Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Thaleskreis

5.1 – S1

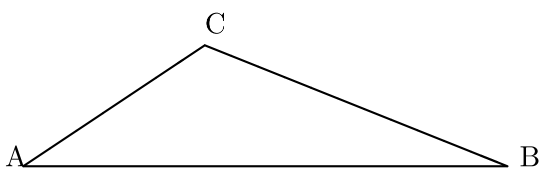
Konstruiere auf der Angabe den Mittelpunkt des gegebenen Kreises! Beschreibe und begründe deine Vorgehensweise!



Wähle drei Punkte A, B und C auf dem Kreis. Diese drei Punkte sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt!
Konstruiere die Mittelsenkrechte von A und B. Da alle Punkte auf der Mittelsenkrechten von A und B gleich weit entfernt sind muss der Mittelpunkt auf dieser Mittelsenkrechten liegen! Konstruiere jetzt die Mittelsenkrechte von A und C. Da auch alle Punkte auf dieser Mittelsenkrechten von A und C gleich weit entfernt sind muss der Mittelpunkt auch auf dieser Mittelsenkrechten liegen! Somit ist der Mittelpunkt der Schnittpunkt der beiden Mittelsenkrechten!

5.2 – S1/2

Konstruiere auf der Angabe mit Hilfe **eines Thaleskreises** alle drei Höhen des Dreiecks, miss entsprechende Längen (markiere sie farbig) und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks. Beschreibe wie du das Dreieck verändern müsstest damit sich sein Flächeninhalt verdoppelt!



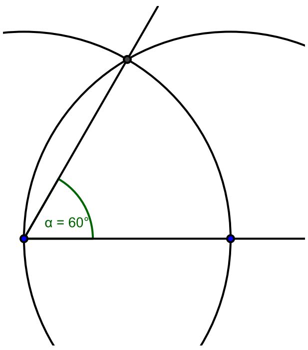
Beschreibung der Konstruktion:

1. Konstruiere Thaleskreis K über $[AB]$
2. Die Schnittpunkte von $[AC$ und $[BC$ mit K sind die Fußpunkte der Höhen h_a und h_b.
3. Die Höhe h_c verläuft durch den Schnittpunkt von h_a und h_b und den Punkt C.

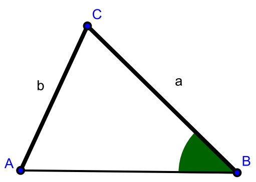
5.3 – S1 Gegeben ist ein Dreieck $A(-2|-3)$, $B(6|1)$,$C(0|5)$. Konstruiere Um– und Inkreismittelpunkt.
Inkreismittelpunkt: Schnittpunkt der Winkelhalbierenden!
Umkreismittelpunkt: Schnittpunkt der Mittelsenkrechten!

8.4 – S1 Konstruiere

1. einen 60°-Winkel!



2. ein Dreieck mit $a = 5$ cm, $b = 4$ cm und $\beta = 30^0$! (Planfigur, Konstruktionsbeschreibung!) Ist die Lösung eindeutig?



Konstruktionsbeschreibung:

1. B, C gegeben durch b
2. $A = K(C|r = a) \cap$ (freier Schenkel β)

Die Konstruktion ist nicht eindeutig, da der Winkel der kürzeren Seite gegenüber liegt! (Ssw nicht erfüllt)